蔡武陽

物理界的對稱性質

§1 導　論：

人們由於長時期實驗數據的累積，知道「在自然界中有些觀測量，不論一個系統（system）如何變動或遭受何種作用，經常保持他們的數値。」（例如一個系統中的能量、動量、電荷等。）同時，自古以來，人們也相信自然是和諧與對稱的；所有自然界的基本定理，必定具有某些對稱性，也可由對稱性質來導出它。

通常研究一個物理系統的對稱性，最好的方法是使用羣論。我們考慮一個系統在某種坐標軸的轉換下（transformation）是不變的，而這些轉換構成一個對稱羣（Symmetry group），再由它討論不變性質。

1918年，Noether 首先提出一條定理，說明連續的對稱羣和不滅定律間的關係。他的定理是這樣的：「假如一個系統在某一坐標軸的轉換下是不變的，則由這個對稱性質，我們可以在這個系統中找到一個不變的物理量。」因此，若我們想知道一個系統中的不變量，我們只要找出它的對稱性質來便可。以下我們討論一些對稱性質，同時盡量避免冗長的數學運算，而只列出一些結果。

§2 現在我們討論一些熟悉的對稱性質及不滅定律：

(a) 空間的平移（translation）與動量不滅定律：

由於空間的均質性（homogeneity），因此在坐標軸的平移下，一個物理系統是不變的。由此對稱性質，依挪沙定理（Noether theorem），我們可以導出一個不滅的物理量，此即我們所熟知的動量。說得更明白些，我們在臺灣做實驗與把整套儀器搬到美國去做，其結果應該一樣，所使用的運動方程式也應該相同。

(b) 時間的平移與能量不滅定律：

由於時空的均質性，我們可知一個物理系統在時間的平移下是不變的。由此導出能量不滅定律。這種對稱性是很明顯的，如果我們將一個實驗今天做，與把這個實驗放到明天做，其結果應該相同。否則我們便不會有所謂定理與公式存在了。

(c) 空間坐標的轉動（rotation）與角動量不滅定理：

由於我們相信，空間不僅具有均質性，同時也有等方向性。（isotropy），即不對任何方向有特別的喜愛。因此坐標軸的方向是不重要的。因此，一個物理系統在三度空間坐標軸的轉動下是不變的。由這個對稱性所導出的不變量，即爲角動量（angular momentum）這個角動量包括自轉(spin)及軌道（orbit）角動量。既非自轉也非軌道動量本身，而是他們的和是不變的。

(d) Gauge transformation和電荷不滅定律

由基本電力學，知電磁場的場方程式（field equation）及羅蘭兹條件（Lorentz Condition）

$$\Box A_{\mu}=0\,;\ \partial_{\upsilon}A_{\upsilon}=0 \quad \left(\partial_{\upsilon}=\frac{\partial}{\partial X_{\upsilon}}\,;\upsilon=1,2,3,4\right)$$

在第二種Gauge transformation $A_{\mu}\longrightarrow A'_{\mu}=A_{\mu}+\partial_{\upsilon}\varepsilon(x)$

（同時$\varepsilon(x)$滿足$\Box\varepsilon(x)=0$之條件。）下是不變的。

但在討論電磁場與物質場（matter field）（如介子場，電子場等）之作用時，除了上述的轉換外，還需考慮，所謂第一種gauge transformation

$$\psi_{\alpha}\longrightarrow \exp\left(\frac{2\pi ie}{hc}\varepsilon(x)\right)\psi_{\alpha}$$

$$\psi_{\alpha}^{*}\longrightarrow \exp\left(-\frac{2\pi ie}{hc}\varepsilon(x)\right)\psi_{\alpha}^{*}$$

由在這兩種轉換下的不變性，我們可導出電荷不滅定律。

以上所討論的這些定律，早已被確切建立起來，而成爲物理的基本定理。我們研究與解釋物理現象，主要是爲了解釋自然界中那些反應過程可以存在，那些應該被除去。同時我們也發現有許多反應過程雖然滿足了上述不滅的定律，但在自然界中却找不到他們的存在。如　$p^{+}+\mu^{-}\longrightarrow n+\bar{\nu}$ 可發生

但　$p^{-}+\mu^{-}\longrightarrow p^{+}+e^{-}$ 則不發生。

因此人們深信，一定還存在著一些不滅的定理。二、三十年來，人們致力於尋找這種不變性，雖然有一點成功，但仍不够理想。

§3 以下我們討論一些人們找出來的對稱性及其正確性：

(a) 空間的反轉及奇偶性不滅定律P：(parity conservation law)

早在1924年，Laporate由分析原子的光譜，發現了所謂 Laporate rule；「從一個羣中的一個能位（level）轉移（transition）到另一個羣中的能位，所放出的（偶極子）光譜，構成所有可觀測到的光譜線。而在同一羣中的能位間互相轉移，是不可能的」。由此而確立了空間反轉的對稱性。(因Laporate rule中所說的性質，可由假設原子具有空間反轉對稱性而得到。)

如果我們對於每一個描繪基本粒子(Elementary Particle)運動的場函數（field function），依它在空間反轉下的轉換性質，定義出一個量叫自我奇偶性(Intrinsic parity)。則依空間反轉對稱性，我們得到一個所謂奇偶性保存律。假如一個系統包括了n個基本粒子，而每個粒子的自我奇偶性是$\xi_1, \xi_2, \cdots \xi_n$. 則整個系統的奇偶性爲 $\xi = \xi_1 \xi_2 \cdots \xi_n (-1)^L$；

式中 L 爲這個系統的軌道角動量。

奇偶性保存律說：「假如一個系統在空間的反轉下是不變的，則反應前與反應後的奇偶性是不變的。」由此，我們可找出一條選擇律來。例如：我們考慮一個沒有自轉（Spinless）的粒子，（靜止，l=o）衰變成兩個沒有自轉的粒子，

$\theta^\circ \longrightarrow \pi^+ + \pi^-$，我們知$\pi^+$及$\pi^-$的自我奇偶性爲$-1$，

則反應後的奇偶性爲 $(-1)\cdot(-1)\cdot(-1)^\circ = 1$；則上面反應要成立唯有當 θ° 的intrinsic parity 爲 $+1$時才成立。(但由後來實驗知 θ° 的$\xi = -1$，且上面反應依然存在的和在此反應違反奇偶性不變律。)

當然，自從1957年，李、楊在 Phys. Rev. 上發表一篇

「關於在弱作用中奇偶性不變律的疑問」後，這條曾經被寵愛過的定律，在弱作用是不成立了。後來許多實驗都肯定李、楊的假定。但我們結論說：在電磁作用及強作用中它仍然是一條可用的定律。

(b) 時間的反轉T：

$t' = \theta t = -t$

我們知道，在力學中的運動方程式在時間的反轉下是不變的。但在量子力學中，Wigner 於 1930 年提出：若要波動方程式$-\frac{h}{2\pi i}\frac{\partial\psi}{\partial t} = H\Psi$在時間的反轉下不變，則必須重新定義時間反轉的算子（operator）爲：

$T = (t \to -t) \times$ complex-conjugate of field euation

由此在T operation下之不變性，可導出所謂Superselection rule：一個bosonic field 在反應中不能轉變爲fermionic field, 反之亦然。

(c) 電荷的轉換C：

由實驗證明，自然對於$e \longrightarrow -e$的轉換是相當對稱的。例如所有帶電的粒子都有與他們帶相反電荷的粒子。所謂電荷的轉換，即將粒子與反粒子互相變換。(對於帶電的粒子，我們很容易想像它的反粒子，但對於不帶電的粒子，如中子，我們很難想像它的反粒子之存在，但我們可由實驗確實知道它的存在。)

假定一個系統在電荷的轉換下是不變的，我們可以導出一個不變量叫ω，而ω在作用過程前後的數值是不變的。例如一個系統中存在N_ν 個光子(Photon)，則$w = (-1)^{N_\nu}$。因此一個包含奇數個中子的系統不能變成一個包含偶數個光子的系統。如

$\gamma \longrightarrow 2\gamma$ or $\gamma \longrightarrow (2n)\gamma$ 的反應是不可能的。

當然，自從李、楊發現空間反轉在弱作用下不成立以後，在T及C作用下的不變性也引起了問題。他們的正確性只能由實驗的結果來說明。但人們並不因此而輕易放棄他們多年來辛苦研究的結果，因此，找出了一條Lüder theorem（或叫C P T定理）：

「假如一個系統在 Proper Lorentz transformation 下是不變的，則這個作用場也在連續的運用空間的反轉、時間的反轉及粒子與反粒子的變換下是不變的。」

由這條定理，我們可導出許多有用的結果：

(1)假如一個作用場在C.P.T. 中任一個的作用下不是不變的，則必定至少在另二個中存在一個算子，在它的運算（operation）下也不是不變的。

(2)假如一個作用場在C.P.T. 中任二個的運算下是不變的則對於另外一個作用也同樣是不變的。

(3)我們也可由C P T定理導出：

「一個粒子的觀測質量與壽命與反粒子剛好完全相同。」

當然以上所討論的只是一些較古老的方法，但它在研究基本粒子的性質方面却是基礎的。現在大都用羣論及等重空間（isotropic Space）來討論，因限於篇幅，只好將這些留待以後有志者繼續討論下去。

§4 Reference:

(i) M.A.Melvin Rev Mod. Phys 32 477 (1960)

(ii) 許仲平 科學教育第九卷八—九期。

(iii) 吳大猷 Seminar Lecture Notes; June 3 1957

(iv) C. N. Yang. Elementany Particles. (1959)

(v) Paul-Roman Theory of Elementary Particles. Chap4.