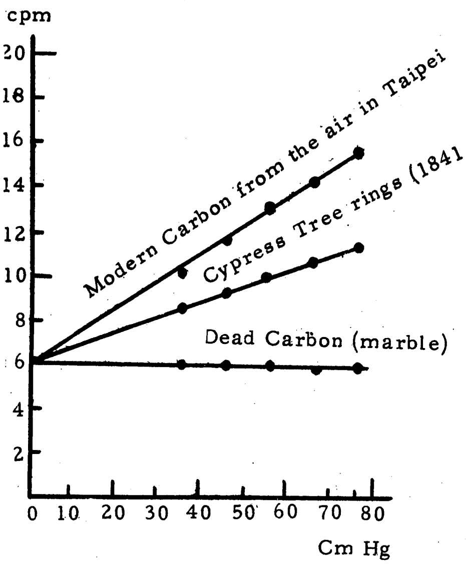

Pressure test of the center counter

圖　四

基數(Background counts) N_b 和NBS的數No,接着再在同樣的壓力下測樣品的計數Ns，則年代t可由下式求得 $N_s - N_b = 0.95 N_o \left(\frac{1}{2}\right)^{t/T}$，T爲C—14半衰期，5730 ± 40年。

又此次幫考古系測出的年代分別爲：

① NTU—69 LHⅡ $T_4 P_2$NE—1.37 m Flake layer 1969,1,6採集 t = 5240 ± 260 years before 1950

② NTU—70 LHⅡ $T_3 P_1$S L,3 沙層底 -118 cm 1969,2,13採集 t = 5340 ± 260 years before 1950

③ LHⅡ, $T_3 P_2$S L_3 -90～100 cm t = 4970 ± 250 years before 1950

(因③的深度比①淺，按古物堆積的次序自然年代要年輕些。)

這種數據的測量，每次要耗時一、二星期。另外C—14研究室尚在作本省上空大氣層輻射量的測定，以明瞭大氣中的輻射量是否有週期性地改變，以試能否由此測定觀測出中共的核爆。筆者在看到系內教授們如此默默而辛勤地工作著，心中泛起由衷的敬意。

最後感謝黃家裕教授的指導和供給資料。

空　間　結　構

○施　純　清○

「若有n個不同向量成爲向量空間V之一基底，則稱n爲V之維數，而謂V爲一n維向量空間。」這段敍述乃是代數學中對n維向量空間所下的定義，而根據Gram Schmidt正交化方程式，我們可以把上述之基底，轉換爲一組n個互相正交的基本向量，而仍爲原空間之一組基底。事實上，我們研究這些向量，亦只不過是抽象代數的一部份，從一些定義及運算過程而得出有條不紊的n維向量空間性質。然而他的作用並不止於表現絕妙的數學或是給你一個「充實而渺茫」的知識感，而是進一步的暗示著現在的結果與未來的經驗，因爲我們可以發現代數學上的「向量空間」亦是指一般存在的空間，而其定義及運算亦是基於我們對空間的基本認識而下的。所以我們可以說，我們正應用一套抽象的運作來了解與預測我們所存在的空間，也就是幾何空間。當然，n維空間並非是任意可感受得到的，對於代數學上的結果較難有「恍然之體認」。同時，我們就幾何上而論，由於其本身乃是就圖形而發展，雖較有所用，但也相當爲難，倒不如因其抽象而抽象的代數學來得愜於人意。然而我們畢竟以了解其幾何結構爲在渺渺茫茫中的一線實際感，所以今天不妨以幾何的認識而在空間結構上獲得研討的樂趣。微話大言，其實只是毛膚之論調罷了。

我們要試著去認識n維空間，就要將n維空間和我們經驗所唯存的三維空間攀上關係，這種關係的存在就要依靠我們所下的定義及轉換空間時的規則變換，尤以前者最爲重要，因爲若無適當的定義，則又何以研討之？例如我們想研究n維空間之球，則我們可取一最恰合之定義：「距空間中某一點等距離之所有點所成的集合。」也許你要問「距離」在n維空間又作如何之定義？其實應不再爲之定義，而可以直接由畢氏定理而解之，也就是代數學中向量之模(Norm)。有了這個定義後，我們才可以說n維球體具有什麼什麼性質，不致胡扯亂語迷人心意。

首先，我們可以拿一個最熟悉的結構觀之，手持著個正立方體，你是否可以想像n維空間中是否存在著「相同或類似」的形體？不管它實際上存在或不存在，只要我們下個可以存在的定義，自然有存在的性質。正如你最常說的：「我不愛她，但很喜歡她。」愛？喜歡？你若未給這二個抽象動詞作一個解釋，我實在不願在未

完成空間結構之前，先爲這動詞而迷迷糊糊。言歸定義如下：「n 度正立方體爲兩距離相等且平行之n 對n－1 度空間，在n 度空間互相垂直所圍成之空間形體。」度就是維，維就是度，細細的咬嚼罷！盡量了解其中的含意。當然，依照「遞迴定義法」，我們還得說明白「點爲零度正立方體，線段爲一度正立方體。」現在n 維正立方體已定義完成，又可得到什麼結果？我們就把討論中心放在其基本組成：n 維正立方體之組成份子有那些，其各份子之數目有多少。

由遞迴定義，可以明白n 維正立方體包含所有小於n 維之正立方體，顯然的，立方體有一定之範圍，其數目也應有個限制。本來我們應以三維空間發展而達n 維空間，但爲了「節省墨水」，而且也許大家喜歡自己搞一搞三維、四維、五維之研究圖形，所以我不搶奪你們的「權利」了。就直接由定義來看罷！（願提醒一下權利的使用——作點源投影）。點在正立方體中存在的數目等於此空間之象限數，爲什麼？爲什麼？不要追問，這屬於你們的權利，試試看就清楚了。（可不是嗎？我們都有著時空思想。）

點數確定爲 2^n 後，就可看線段數了，根據定義，每兩點構成一線，所以……喔！你是否作如是觀？那確太可惜了。我們應該反過來看：每個點可構成n 個互相垂直的二維正立方體，但是兩點組成一線，所以線段數目爲 $2^n\times\frac{n}{2}$ 。同理，推到正立方體時所含之正方形數，因對任一線段，其他n －1 個垂直線段皆可與之形成正方形，而一正方形含有四邊，故正方形數爲 $2^n\times\frac{n}{2}\times\frac{n-1}{4}$

由相同的討論，你也許就可明白爲何求三維正立方體數目之公式爲 $2^n\times\frac{n}{2}\times\frac{n-1}{4}\times\frac{n-2}{6}$ ，由此可知求m維正立方體的數目，可以寫爲：

$$2^n\times\frac{n}{2}\times\frac{n-1}{4}\times\frac{n-2}{6}\cdots\cdots\cdots\cdots\times\frac{n-m+1}{2m}$$

我們可以將此式化簡爲：

m維正立方體在n 維正立方體結構中所含的數目爲

$$2^{n-m}\quad C(n,m)$$

其過程亦是一般的運算而已。

多簡潔可愛的公式！你要不要知道十二度正立方體含有幾個六度正立方體？嘿！一共有 59136 個，相當壯觀。

看到這裡，也許你懷疑這些資料的來源，的確，這些並非是第一次露面的。我不妨再提一個公式（在此不加證明），其內容如下：

n 度空間必n －1 度空間唯可分割之。

m個n －1 度空間分割n 度空間爲 $\sum_{i=0}^{n} C(m,i)$ 個區域。

你直覺上應認爲這較上式有趣多了，因爲不再是一些呆板而有範圍限制的圖形，若考慮平面分割，則公式中之n 爲2，而得公式化簡成

$$\sum_{i=0}^{2} C(m,i)=C(m,0)+C(m,1)+C(m,2)=\frac{m^2+m+2}{2}$$

，大家最熟悉的式子！

如考慮空間被平面分割，則n ＝ 3

而得公式爲 $\frac{m^3+5m+6}{6}$ ，你試求過這個公式嗎？不妨拿一些數值去代代看罷！

這個公式也非首版，而與前者攜手出現於民國五十六年十二月份的「中學科學教育」第三卷第一期。哈！哈！這狂者竟賣僞鈔而示銅版。其實不然，此乃道道地地的原貨，絶無假手。或許你有興趣看看原文之妙及證明法，故書以示之。因爲「時空」二字相當漂亮，故略展示本文，以期透露出一些空間的味道，與諸同道者共饗之。

其實，n 維空間是否存在亦頗令人費心思，當然，依前說法，其存在與否全視定義而有所不同。如果追根究底（乃崔老師所言打破沙鍋問到底也！）「存在」二字之意義何在？如果我們說「存在」乃是能對我們感官起作用者或意識反應者，那麼所謂的n 維空間可說是抽象的名詞罷了。因爲我們就其定義觀之，則不同空間雖有上下關係，然而却是獨立存在的，其意義可說是：我們不能覺察四度空間之存在，而四度空間者（假設有之）亦不能覺察三度空間之存在（你能說明二度空間之存在嗎？）所以說鬼屬之四度空間之物體，實有點說不過去。若只是減維過程的產物，那必來去不定，這倒有所合，但是鬼會抓人啊！（聽人說的，其實你也不信，不過就視爲鬼的定義罷！）甚至會唱歌、跳舞。似乎與我們的空間息息相關，又何能屬之高維空間呢？應該也是三度空間的產物而已。這些都只是茶後之餘興資料，我們的眞正重心還是在「物理的時空」之上。

附錄一：Gram- Schmidt 正交化程序（Orthogonalization process ）。

假設 $X_1, X_2, \cdots\cdots\cdots X_m$ 爲 V_n^m 之一基底，定

$$Y_1=X_1$$

$$Y_2=X_2-\frac{Y_1\cdot X_2}{Y_1\cdot Y_1}\,Y_1$$

$$Y_3=X_3-\frac{Y_2\cdot X_3}{Y_2\cdot Y_2}\,Y_2-\frac{Y_1\cdot X_3}{Y_1\cdot Y_1}\,Y_1$$

$$\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots$$

$$Y_m=X_m-\frac{Y_{m-1}\cdot X_m}{Y_{m-1}\cdot Y_{m-1}}\,Y_{m-1}\cdots\cdots-\frac{Y_1\cdot X_m}{Y_1\cdot Y_1}\,Y_1$$

則諸向量 $G_i=\frac{Y_i}{|Y_i|}$ （ $i=1,2,3\cdots\cdots m$ ）爲一組正交基底。

關於四度空間，頗有多人與時空連續區混解，甚至作根本上之誤認，身爲「時空」一員，實有急呼之必要，在此可參考幼獅書局的「空間、時間與重力」，甚爲要得。