

# 一門新課

整理／張嘉泓

## 訪張國龍教授

伽俐略說：「大自然這偉大的書，只有懂得書中所用語言的人才能夠讀，而這語言就是數學。」誠然數學在西方自然哲學思想中的地位幾乎等於宇宙的本體，當人類在自然的觸發下凝聚出一個思維模式，然後用這樣的模式、這種架構和語言，來嘗試描摹自然界的各種現象，組成系統，於是就有了物理的發展。

張國龍教授下學期將在系上新開「物理數學專題」的課程，爲了瞭解這項新課程和過去物理系的數學訓練有何關聯與不同，我們訪問了張教授。

問：首先可不可以請老師介紹一下爲什麼開這門課以及它的特色？

答：一般數學物理主要是介紹分析的方法，讓物理學家用分析的技巧來更嚴格地說明物理上的基本定理，特別是理論物理方面。所以一般的數學物理，如大一的微積分，大二大三的應數，都著重在分析方面。不過近年來，幾何的方法也慢慢被介紹進入物理的研究中。最熟悉的像廣義相對論，微分幾何就是它最主要的數學工具。其實像古典力學、流體力學、熱力學都可以用新的語言，也就是幾何的語言來處理。最近幾年發展的規範場論也用這種方式。所以這門課我主要就是要談這種幾何的處理方式。

問：那課程的重點是什麼？是開給哪個年級？

答：主要是微分流形、微分幾何、同倫群(Homotopic group)等，然後再談它們和物理的關係。大四、研一、研二都可以選，我想這是一個新的嘗試，而且只要有基礎的分析訓練，像微積分、微分方程、線性代數等等，應該沒有問題。

問：老師是著重幾何？對這種方法的涵義請老師介紹一下。

答：其實幾何和分析是一體的兩面，笛卡爾和卡當(E. Cartan)就曾把這兩者作過連接。過去的幾何和分

析比較獨立發展，但自從笛卡爾在幾何中引進了座標系統，形成解析幾何，二者的關係就比較密切。到了廿世紀由於卡當的努力，幾何學的發展也創造出新的分析技巧和方法。這個課程當然也有它的目標與期望。因為在物理的發展過程中，重大的突破，主要都是引用了新的數學方法。比如力學就是微積分發明後才由定性的描述變成定量的精確科學；有了向量、張量的觀念，電磁學、彈性力學的發展就突飛猛進；有了微分方程的技巧，流體力學也發展了。傳統上都是用分析的方法來處理這些問題。我剛才提過古典物理許多部門也都可以用幾何的方法來處理，所以這一套幾何的方法很可能就是將來物理發展中一個新的語言，幾個方面已經開始應用了。我想大學部的學生也應該有興趣接觸一些幾何方法和它們處理問題的方式，這是最主要的目標。

其實我所談的幾何也包括許多分析的技巧，並不是只有單純原始的歐氏幾何，那個層次還不夠。比如，一個粒子在空間中的運動，一般來講，由於受場的影響，大多是一條曲綫，於是你就可以用幾何的方式，把整個物理系統看成數學上的幾何系統，去研究這曲綫的性質，你不直接解牛頓運動方程式，而是從數學上、幾何上來看這個粒子在空間的軌跡曲綫的一些特性，這些性質可以用一些量來表示，然後看看它和物理的關係。比如切綫就代表那一點的速度，每一點的速度合起來就有很多切綫，你可以看成一個切空間，切空間本身是一個流形。因此可由空間中的曲綫去推演一質點運動系統中的種種物理性質。再以群論為例，它也和幾何有密切的關係，如量子力學中的「旋轉群」，其實就是研究最基本的幾何上的對稱，它也可以從外在的空間對稱延伸至內在空間的對稱。

當然目前一般研究理論的人最有興趣的是規範場論，它也可以用幾何語言如 *Fibre bundle* 來研究。這個幾何方法的發展，開始的時候是一些懂數學的人發現很多物理系統可以用他們的語言來處理，作物理的人也覺得有興趣來學學這些方法。現在一般情況也是以有數學背景的人來研究或介紹這些語言者居多。可是如果由數學的人來開這門課的話，學生會比較沒興趣，因為數學的人使用的語言比較抽象；所以由具有物理背景的人來開這種課程可能更能為物理系的學生所接受。

問：利用這次機會，我們也希望老師談談物理和數學的關係，以及物理系學生所需要的數學修養。

答：理論物理的研究，任何部門都需要數學的工具，傳統上處理這些物理系統，不外乎就利用傳統分析的方法，像向量、微積分、複變等等。所以一般大學部學生，因為並未選定特殊的研究方向，這些最基本的分析方法全部要學好，這就是為什麼物理系有二年應數的課程。這些都是最基本的分析能力的訓練，有了這些基礎，將來從事特定學科的研究時，再去充實特定的需要。比如群論，研究場論或粒子物理的人需要使用李氏群，研究固態物理中晶體結構的人需要用到空間群。這些都是到選定研究方向後，才有選修的必要。

問：有學長認為大二的複變教得不夠，老師覺得呢？大三的高微是不是很重要？

答：複變大三也會學到一部份。其實一次在大二把複變弄得徹底，其他數學上很重要的東西就來不及提了。做學問也不一定要一次把一個東西弄得很徹底，比如大一大二都有力學，太一的力學有了相當的基礎，你才能欣賞大二理論力學中數學的嚴肅性，如 Lagrange theory。所以一般都是讓學生在每一個層次建立相當的基礎，再跳上另一層次。

對將來想從事理論的人，高微是數學分析中一個比較嚴格的訓練，以高微為內容，給他們一個數學工具訓練的機會。我想對預備從事理論研究者，高微是必須的。

問：老師可不可以再具體講一下從事各個領域的研究所需要的基本工具。

答：我想理論物理所需要最基本工具包括應用數學，高等微積分，量子力學。特別是微觀物理系統的研究，量子力學是一個最重要的工具。量子力學雖然牽涉到一些比較抽象的數學，像綫性代數、Hilbert space 等等，可是我的看法也不覺得特別需要到數學系去選非常正式的這些課，然後再來讀量子力學。量子力學本身課程中，對這些數學會有基本的介紹。而且這一部份是給量子力學一個比較嚴格比較精密的數學基礎，量子力學最重要的本質並不在這上面，而是怎樣利用這一套數學工具來處理具有不同的量子效應的物理系統。

這是一個新的嘗試，在這個新課程中，張教授將介紹近年來幾何的方法運用到物理研究上的情形。這種新的語言，在未來的研究中，是否會帶給物理學一個更廣大的局面呢？讓我們拭目以待。

