

陳金次老師

記得大一的時候，我最愛上的課就是陳老師的微積分——因為他的課充滿了思考的娛悅。做這系列訪問時，正是大三下的時候——已經唸了將近三年的大學，對於週遭的一切多少有一些感觸，於是我們選擇一個外系、本系、以及在外求學成長的老師做為訪問的對象。希望藉著這些訪問能夠提供給學弟、妹一個反省的機會，進而都能使自己比以前更好、更完美。

問：請問數學系的師資在數量上如何？

答：現在比以前好多了。不過，在數量上，數學系還是不夠。因為我們有服務課——要教外系的微積分；每個人都要教。這幾年，好一點，數學系本身的課也比較上軌道，因為人手比較多了。所以，差不多美國那邊的一般一流大學能夠開的課，這裏也能開。這邊主要缺的是那些在研究方面的指導。在台灣有台灣的限制，而在歐美、日本一流大學中具有豐富研究成果的教授數量較多，能夠提供的Seminar也比較豐富、多樣。而在台灣，我們在這方面比較欠缺。然而現在確實比十年前好多了。有沒有看過陳省身的學算四十年（註一），他說他那時在南開、清華時能夠會線性代數，就已經很新鮮了。現在，時代不一樣了。一般講起來，國內之基礎科學跟世界上距離相當接近，只不過在研究方面，國內仍有許多瓶頸尚待克服。

問：老師覺得國內何以在研究方面仍未達到世界一流的水準？

答：國內已有一些人研究做得相當出色，也相當認真。不過仍是稀疏的幾點。我們寄望

二十年後有許多這樣的人，形成一種氣氛，產生一些傑出的研究者，這樣自然達到世界一流的水準。不過我對這個期望抱有幾分懷疑，如果沒有良好的環境和耐心的耕耘，是不可能滿園的菜蔬的。我剛才所說的瓶頸指的就是這個隱憂，這個隱憂來自制度結構上及社會心理上，我們的制度太僵化，不是科學發展的良好土壤，例如一流大學的一流教授與三流五專的三流教授都是教授，都經教育部審核通過的合格教授，所受的待遇也一律平等。台大醫學院教授的待遇以前一直偏低，不能與榮總、長庚比，卻要他們不在外開業，造成士氣的低落與研究發展的阻礙。安貧樂道固是美德，但畢竟不是人類社會行為的通則，僵化的制度無法鼓勵人才出頭，更可憂的是逼使人不得不墮落。我常常會接到教育部送來的升等論文，有些專科學校的老師，為了升科，不得不提出論文來，一輩子沒做研究如何提得出論文？只好用欺騙的手段來達到升等的目的，一個教育工作者品格已破，如何再去教育學生做個方方正正的人？此外，從社會心理上來看，

陳金次老師

台灣的人心向美，精緻文化不易凝聚，科學很難全面蓬勃地發展起來，曾經有一位記者跑來問我：台灣為什麼出不了傑出的數學家？我反問：台灣為什麼出不了傑出的記者？他啞口無言。

問：老師覺得你大學時的大學生與現在大學生有何不同？

答：我大學唸得是清華大學，民國68年回國。我有一個感覺就是現在學生活動比較多，好像對某些事情也比較不在乎——這當然和社會風氣有關。以前我們唸書的時候，學生比較用功。像我們那時唸Apostol的高微時，考試時常會考 State and Prove某一定理。我有一個同學就整本書從頭唸到尾，連書皮都唸光了，考試前你只要問他定理 4.17 是什麼，他就能背出來給你聽。當然，我不是說這是正確的唸書方法。我是指那時候的學生比較對自己負責，雖然不了解，但為了及格，想盡辦法、背也背下來。我想現在的學生是不會這樣做的。我覺得那時候的學生是比較用功的。我曾教過電機系，我覺得好的固然很好，但一般來說整個風氣和我的期望有很大距離，有些同學離譜得讓我吃驚。我教過物理系三次，我的感覺是在我教過的系中，物理系的風氣最好。物理系的學生還有對學問的“純情”。一般說來，我總覺得工學院的學生味道不大對。

問：大學的學生有沒有需要對教授研究的東西及情形了解？

答：能夠了解當然很好，但一般來講，很難。而且，我覺得那不是那麼重要。在大學裏面，你要把基本的課程學好，觀念弄清楚

。大學教育像蹲馬步一樣，是練功的第一步，馬步蹲得久，架式擺得好，將來才能學得一身好武功。

問：那學士論文有沒有必要？

答：做不做論文都不重要。因為大學四年級的學生能做出什麼論文？重要的是培養獨立思考的習慣，所以，我上課時很強調唸書一定要做習題，一定要想。我剛才說物理系的學生比較純情就是有時我會出一些比較難的習題，物理系的學生反應比較積極，也做得比較好。

問：常常看到一些書籍是定義、定理一個一個接著寫下來，往往對於一個很大的問題，也是將它拆成定義、定理敘述，使人無法了解其思路，老師覺得如何？

答：寫書這樣寫是最容易寫的。那種並不是好書，如果是好書，就應該交代這些東西。就像微積分中的“D”，如果光定義 $Df =$

$$\left(\frac{\partial f}{\partial x}, \frac{\partial f}{\partial y}, \frac{\partial f}{\partial z} \right),$$

再來直接講一些 theorem，像這樣就不好，這時候，老師就得負起這個解說的任務。對於大學部的學生，我以為最好不要選這樣的書來當教科書。

問：老師學生時代想問題是只想課本後的習題還是自己拿出一個題目，然後就像研究一樣東西，很有系統地研究下來？

答：以大學部學生的知識背景，很難對一個問題做系統性的研究。不過我很欣賞一個學生能夠自己提出問題，然後試圖去解答它，這樣的學生思想比較活潑，創造力也大。台灣的升學制度不允許青年人如此發展，許多天賦優秀的人必須就範於這個制度

陳金次老師

，否則必遭淘汰，人的潛能很難得到良好的栽培。習題必須做，可以不會做，但不能不做。眼高手低是很危險的。

問：現在數學主要的方向為何？

答：這個很難回答。因為領域太廣了，有幾何，偏微分方程、代數那麼多東西。我是覺得只要問題有意義，就值得去做。當然數學也有所謂的熱門、流行，因為一個問題如果有很多人在做，就自然比較具引力；一個問題沒有人在做，你做出來也不會引起共鳴。比較上來說，數學不像物理那樣有一個大的方向。然而，數學所要研究的東西仍有其數學上的需要。陳省身先生就說過：好的數學問題常常是陳述（Statement）簡單的。也就是說它不需要太複雜的語言。他說得相當接近，因為數學本身在某個角度上看跟人類的求知慾有關，為什麼會這樣？為什麼會那樣？這是原始的，且為人類所共有的問題，而原始的東西是不需要很複雜的語言來解釋的，另外，還有一種問題是整合性的大問題，像萬有引力定律整合了Kepler的行星運動三大定律一樣，江海納百川，萬流歸宗，這是科學的基本精神。

問：有人證明在一個由logic及set theory所建立的Skolem中，存在有一些Statement即無法證明其為真，也無法證明其為偽（註二），這個問題在數學上有什麼影響？

答：像這類問題很多。比如說wntinum hypothesis（註三）就是一例，無限大分許多等級，自然數，有理數都是可數的，它們是同一級的無限大，實數是不可數的，

它是更高級的無限大，集合論大師Cantor問：這兩個無限大之間是不是存在另一級的無限大。這到六十年代才被證明它是獨立於現有的邏輯系統的。

問：那麼有無方法判斷那些目前沒解決的問題是屬於前面所說那類型的問題以及那些問題只是目前埋藏、技巧的不足，而往後可以得解的問題？

答：沒有辦法。就跟你沒有辦法用一個儀器把人心一照就能判斷他是好人或是壞人一樣，好人壞人，一定要你花功夫跟他相處一段時日後，才能感受出來。非歐幾何的發現就是一例。也就是過線外一點要做一條與此線平行的證明，剛開始時，數學家也是一直要證明它，但是，做了將近一千年，總是做不出來。直到Lobatchevsky（1830）那個時代，這種造系統的觀念才出來了，就是造一個系統它滿足歐幾里得前面那幾個公設，但不滿足平行公理。其實，最簡單的例子就是球，球上的大圓把它當做直線。像這種問題，model找出來後，整個問題就比較簡單。早期的數學家受到歐氏幾何思想的影響，一直認為這個世界就是這樣，所以才會一直想去“證明”這些東西。一直到人類的思想突破了歐氏的匡匡之後，整個問題才得以解決。我以為這跟航海的發展有關。科學的進步常常是沒有到那個時代，是沒有辦法突破那些困難的。就如同Einstein相對論的誕生一樣。Einstein再才華，若他早生五十年，相對論決不可能被他提出。反之，如果Einstein早早夭折，相對論也一定被另外一個人提出，因為時機已成熟，胎兒

陳金次老師

正在等待接生。

問：對於國、高生的數學輔導，老師認為效果如何？

答：這要長遠來看。但，一般來說，目前社會上願意走基礎科學的人比二十年前要少。像我們那時候，考大學時，理學院相當熱門，物理系與醫學系分數不相上下，有時物理系分數還比較高。現在好像大家都一窩蜂地去唸工學院、醫學院，這對整個社會來說是一種缺憾，因為人才過份集中，對社會是一種浪費。一個社會應該是各行各業都需要，人才應該分配到各行各業去，這樣，整個社會的衝力才會大。而且以前的學生對學問的追求比較有理想的色彩，現在這種色彩愈來愈淡。一個社會總是需要一些這樣愚蠢的人，社會才會可愛。不過，我深深地相信，一個人如果想成爲一個優秀的工程科學研究者，應該進理學院，數學系、物理系都好。台大數學系所辦的資優生輔導及數學競試三年下來已看出一點成績來，目前已有幾位相當優秀的高中生志願進入數學系，這是好現象。

問：那麼老師覺得大學生應該先接觸多，將來再做一選擇，還是現在專心一樣，然後等30、40歲時，再開始做一些接觸？

答：喔，我不是後面那個意思。我是說現在好好地馬步蹲好，一個人將來要走什麼路，跟你的興趣，環境很有關係。而你現在能做的，就是應該把你應該做的做好，這樣，你是不會吃虧的！書到用時方恨少，後悔莫及。學問決不是一天就能造成的。當然，也不是說每天都要唸書，但重要的是你要把功課弄好，該辦的事辦好，行有

餘力，再去郊遊、參加活動，如果有興趣也可以唸唸歷史或是文學等。

我常常聽很多人說：「某某同學好厲害，從來沒有看他唸書，但，考試到了，K一晚，就考得比誰都高。」這可能只是分數高；有些人可能有上述這種能力，但來之速者去之也速。這樣不可能把學問弄好，學問一定要天天泡，天天磨，磨久了，才會變成血液之一部分，變成你的動力！

註一：陳省身先生的「學算四十年」可以在數學傳播季刊第一卷第二期上找到。

註二：這是Hilbert 23 問題中的第一個問題，Hilbert 曾嘗試去證明它，但失敗了，1938 Kurt Godel 證明它不違背現有的集合論公設，1963 P. Cohen 證明了它獨立於現有的集合論公設。

這件事在哲學思想上對於Foundation alism (基礎論) 是一嚴重的挫折，至於其證明細節，編者也不清楚，有興趣者，可參考Mathematical developments arising from Hilbert problems, part I, A.M.S. 1976.

註三：這個假設一般都稱爲Cantor's continuum hypothesis。二個集合A B 如果叫做equinumerous 的話，表示存在一個一對一且映成的函數f，由A映到B。數學的證明告訴我們自然數N與有理數Q是equinumerous 的，但與R則不是。而這個假設猜測在N與R之間並不存在一個set P，P與N，R都不equinumerous。有興趣的人可以在一些Topology 的書上找到粗淺的介紹。